



Síntese de Parâmetros de Condutores

- Matriz das resistências:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} R_1 & & & \\ & R_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & R_n \end{pmatrix}$$

93

Síntese de Parâmetros de Condutores

- Matriz das indutâncias:

$$\mathbf{L} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \begin{pmatrix} \frac{2h_1}{r_1} & \frac{D'_{12}}{D_{12}} & \dots & \frac{D'_{1n}}{D_{1n}} \\ \frac{D'_{12}}{D_{12}} & \frac{2h_2}{r_2} & \dots & \frac{D'_{2n}}{D_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{D'_{1n}}{D_{1n}} & \frac{D'_{2n}}{D_{2n}} & \dots & \frac{2h_n}{r_n} \end{pmatrix}$$

94

Síntese de Parâmetros de Condutores

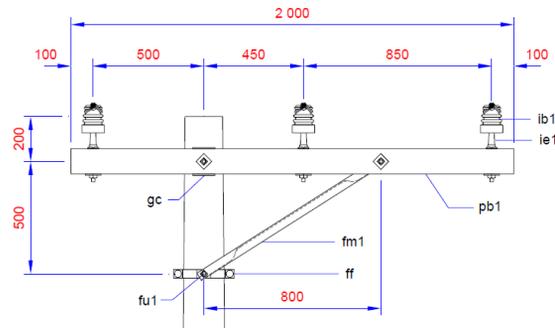
- Matriz inversa das capacitâncias:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \begin{pmatrix} \frac{2h_1}{r_1} & \frac{D'_{12}}{D_{12}} & \dots & \frac{D'_{1n}}{D_{1n}} \\ \frac{D'_{12}}{D_{12}} & \frac{2h_2}{r_2} & \dots & \frac{D'_{2n}}{D_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{D'_{1n}}{D_{1n}} & \frac{D'_{2n}}{D_{2n}} & \dots & \frac{2h_n}{r_n} \end{pmatrix}$$

95

Exemplo

- Calcular os parâmetros série de uma linha de distribuição com altura média de instalação de 10 m.
- Cabo Merlin



Code	Cross-Section Area			Stranding Al/Steel	Diameter			Approx. Current-Carrying Capacity (Amperes)	Resistance (mΩ/km)				60 Hz Reactances (Dm = 1 m)		
	Total (mm ²)	Aluminum			Conductor (mm)	Core (mm)	Layers		DC	AC (60 Hz)			GMR (mm)	X ₁ (Ω/km)	X ₀ (MΩ/km)
		(kcmil)	(mm ²)							25°C	25°C	50°C			
Merlin	180	336	170	18/1	16.46	3.48	2	530	173.0	173.1	190.1	207.1	6.74	0.377	0.220

Exemplo - Resultados

Matriz das resistências (mOhms/km)

#	1	2	3
1	207,1	0,0	0,0
2	0,0	207,1	0,0
3	0,0	0,0	207,1

Matriz das indutâncias (mH/km)

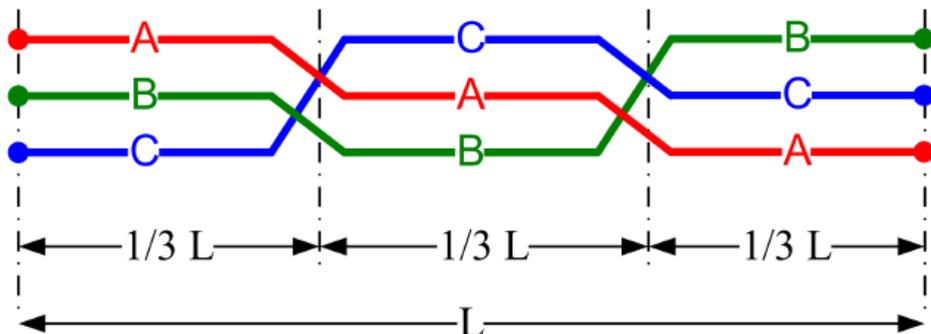
#	1	2	3
1	1,5991	0,6096	0,4824
2	0,6096	1,7632	0,6318
3	0,4824	0,6318	1,8857

Matriz inversa das capacitâncias (pF/km)⁻¹

#	1	2	3
1	0,140	0,055	0,043
2	0,055	0,162	0,057
3	0,043	0,057	0,213

97

Desequilíbrio Elétrico e Transposição de Linhas de Transmissão



98

Desequilíbrio Elétrico e Transposição de Linhas de Transmissão

- Indutâncias de uma Linha Trifásica Transposta

$$\bar{\mathbf{L}} = \frac{1}{3} \left\{ \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{bb} & L_{bc} & L_{ba} \\ L_{cb} & L_{cc} & L_{ca} \\ L_{ab} & L_{ac} & L_{aa} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{cc} & L_{ca} & L_{cb} \\ L_{ac} & L_{aa} & L_{ab} \\ L_{bc} & L_{ba} & L_{bb} \end{bmatrix} \right\}$$

$$\bar{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} \overline{L_{aa}} & \overline{L_{ab}} & \overline{L_{ab}} \\ \overline{L_{ab}} & \overline{L_{aa}} & \overline{L_{ab}} \\ \overline{L_{ab}} & \overline{L_{ab}} & \overline{L_{aa}} \end{bmatrix}$$

99

Desequilíbrio Elétrico e Transposição de Linhas de Transmissão

- Capacitâncias de uma Linha Trifásica Transposta

○ Lembrando: $\mathbf{U} = \mathbf{P} \mathbf{Q}$

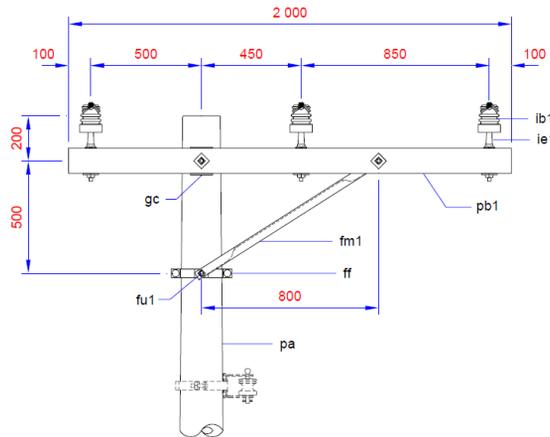
$$\bar{\mathbf{P}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} p_{aa} & p_{ab} & p_{ac} \\ p_{ba} & p_{bb} & p_{bc} \\ p_{ca} & p_{cb} & p_{cc} \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} p_{bb} & p_{bc} & p_{ba} \\ p_{cb} & p_{cc} & p_{ca} \\ p_{ab} & p_{ac} & p_{aa} \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} p_{cc} & p_{ca} & p_{cb} \\ p_{ac} & p_{aa} & p_{ab} \\ p_{bc} & p_{ba} & p_{bb} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \overline{p_{aa}} & \overline{p_{ab}} & \overline{p_{ab}} \\ \overline{p_{ab}} & \overline{p_{aa}} & \overline{p_{ab}} \\ \overline{p_{ab}} & \overline{p_{ab}} & \overline{p_{aa}} \end{bmatrix}$$

100

Desequilíbrio Elétrico e Transposição de Linhas de Transmissão

- Para o exemplo anterior, tem-se:



101

Desequilíbrio Elétrico e Transposição de Linhas de Transmissão

- Para o exemplo anterior, tem-se:

Matriz das indutâncias (mH/km)

#	1	2	3
1	1,599	0,575	0,575
2	0,575	1,599	0,575
3	0,575	0,575	1,599

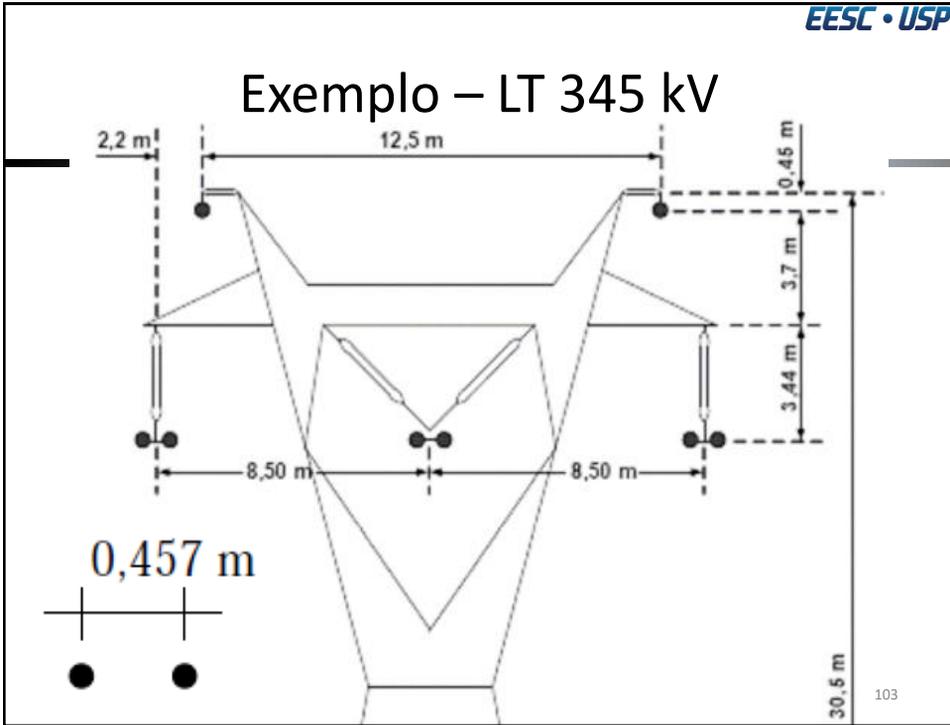
Matriz inversa das capacitâncias (pF/km)⁻¹

#	1	2	3
1	0,140	0,052	0,052
2	0,052	0,140	0,052
3	0,052	0,052	0,140

Matriz das capacitâncias (pF/km)

#	1	2	3
1	8,904	-2,398	-2,398
2	-2,398	8,904	-2,398
3	-2,398	-2,398	8,904

102



EESC • USP

Exemplo – LT 345 kV

Code	Cross-Section Area			Stranding Al/Steel	Diameter			Approx. Current- Carrying Capacity (Amperes)	Resistance (mΩ/km)				60 Hz Reactances (Dm = 1 m)		
	Total (mm ²)	Aluminum			Conductor (mm)	Core (mm)	Layers		DC 25°C	AC (60 Hz)			GMR (mm)	X ₁ (Ω/km)	X ₀ (MΩ/km)
		(kcmil)	(mm ²)							25°C	50°C	75°C			
Cardinal	546	954	483	54/7	30.38	10.13	3	1 010	61.2	62.0	68.0	74.0	12.31	0.332	0.200
Rail	517	954	483	45/7	29.59	7.39	3	1 010	61.2	62.4	68.3	74.3	11.73	0.335	0.201
Baldpate	562	900	456	30/7	30.78	13.21	2	960	65.0	65.5	71.8	78.2	12.71	0.329	0.199

104

Redução de Kron

$$\begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix}$$

105

Redução de Kron

$$\begin{cases} \mathbf{b}_1 = \mathbf{A}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{12}\mathbf{x}_2 \\ \mathbf{b}_2 = \mathbf{A}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{22}\mathbf{x}_2 \end{cases}$$

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{A}_{22}^{-1} (\mathbf{b}_2 - \mathbf{A}_{21}\mathbf{x}_1)$$

106

Redução de Kron

$$\mathbf{A}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}(\mathbf{b}_2 - \mathbf{A}_{21}\mathbf{x}_1) = \mathbf{b}_1$$

$$(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21})\mathbf{x}_1 = \mathbf{b}_1 - \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{b}_2$$

$$(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21})\mathbf{x}_1 = \mathbf{b}_1 \text{ se } \mathbf{b}_2 = \mathbf{0}$$

107

Influência de Cabos Guarda

- Nos desenvolvimentos apresentados até agora determinamos os parâmetros de linha de transmissão em termos de seus condutores.
- Cada um dos parâmetros determinados relaciona a tensão nos condutores com alguma outra grandeza elétrica nos demais condutores.

108

Influência de Cabos Guarda

- A matriz de resistências relaciona a tensão nos condutores com a corrente nesses mesmos condutores.

$$\begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ \vdots \\ v_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ \vdots \\ i_n(t) \end{pmatrix}$$

109

Influência de Cabos Guarda

- A matriz de indutâncias relaciona o fluxo concatenado pelos condutores com a corrente nesses mesmos condutores.

$$\begin{pmatrix} \lambda_1(t) \\ \lambda_2(t) \\ \vdots \\ \lambda_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1n} \\ L_{12} & L_{22} & \cdots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{1n} & L_{2n} & \cdots & L_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ \vdots \\ i_n(t) \end{pmatrix}$$

110

Influência de Cabos Guarda

- Pela lei de Faraday-Neumann-Lenz, tem-se:

$$\begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ \vdots \\ v_n(t) \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \lambda_1(t) \\ \lambda_2(t) \\ \vdots \\ \lambda_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1n} \\ L_{12} & L_{22} & \cdots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{1n} & L_{2n} & \cdots & L_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial i_1(t)/\partial t \\ \partial i_2(t)/\partial t \\ \vdots \\ \partial i_n(t)/\partial t \end{pmatrix}$$

111

Influência de Cabos Guarda

- Ou seja, a matriz das indutâncias relaciona a tensão nos condutores com a derivada temporal da corrente.

$$\begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ \vdots \\ v_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1n} \\ L_{12} & L_{22} & \cdots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{1n} & L_{2n} & \cdots & L_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial i_1(t)/\partial t \\ \partial i_2(t)/\partial t \\ \vdots \\ \partial i_n(t)/\partial t \end{pmatrix}$$

112

Influência de Cabos Guarda

- A matriz inversa das capacitância relaciona a tensão nos condutores com a carga elétrica, integral da corrente, nesses mesmos condutores.

$$\begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ \vdots \\ v_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1n} \\ P_{12} & P_{22} & \cdots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{1n} & P_{2n} & \cdots & P_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \vdots \\ q_n(t) \end{pmatrix}$$

113

Influência de Cabos Guarda

- Conclusão: Os parâmetros de linhas de transmissão relacionam a tensão nos condutores com outras grandezas elétricas.
- Esse aspecto auxilia quando se pretende incorporar a influência de cabos guarda, ou cabos para-raios, nos parâmetros de fase.
- Observação: Tal como o plano terra exerce influência nos parâmetros, principalmente a indutância e a capacitância, os cabos guarda também exercem influência.

114

Influência de Cabos Guarda

- A influência é calculada admitindo-se que os cabos guarda estão sob o mesmo potência do plano de referência, ou seja, zero.
- Vamos considerar uma linha trifásica com condutores guarda.

115

Influência de Cabos Guarda

- Os parâmetros de indutância, por exemplo, podem ser apresentados da seguinte forma:

Fasores das tensões nos condutores fase

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_{abc} \\ \mathbf{V}_0 \end{pmatrix} = j\omega \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{abc-abc} & \mathbf{L}_{abc-0} \\ \mathbf{L}_{0-abc} & \mathbf{L}_{0-0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{abc} \\ \mathbf{I}_0 \end{pmatrix}$$

Fasores das tensões nos cabos guarda

Fasores das correntes nos condutores fase

Fasores das correntes nos cabos guarda

116

Influência de Cabos Guarda

- Os parâmetros de indutância, por exemplo, podem ser apresentados da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_{abc} \\ \mathbf{V}_0 \end{pmatrix} = j\omega \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{abc-abc} & \mathbf{L}_{abc-0} \\ \mathbf{L}_{0-abc} & \mathbf{L}_{0-0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{abc} \\ \mathbf{I}_0 \end{pmatrix}$$

Matrix de indutâncias dos condutores fase

Matrix de indutâncias mútuas entre os cabos fase e cabos guarda

Matrix de indutâncias mútuas entre os cabos fase e cabos guarda

Matrix de indutâncias dos cabos guarda

117

Influência de Cabos Guarda

- Em função da simetria da matriz de parâmetros tem-se:

$$\mathbf{L}_{0-abc} = \mathbf{L}_{abc-0}^T$$

- Além disso, é necessário impor que:

$$\mathbf{V}_0 = \mathbf{0}$$

118

Influência de Cabos Guarda

- Assim, empregando a redução de Kron, tem-se:

$$j\omega \left(\mathbf{L}_{abc-abc} - \mathbf{L}_{abc-0} \mathbf{L}_0^{-1} \mathbf{L}_{0-abc} \right) \mathbf{I}_{abc} = \mathbf{V}_{abc}$$

Matrix de indutâncias dos condutores fase com a influência dos condutores guarda

$$\mathbf{V}_{abc} = j\omega \tilde{\mathbf{L}}_{abc-abc} \mathbf{I}_{abc}$$

$$\tilde{\mathbf{L}}_{abc-abc} = \mathbf{L}_{abc-abc} - \mathbf{L}_{abc-0} \mathbf{L}_0^{-1} \mathbf{L}_{0-abc}$$

119

Influência de Cabos Guarda

- A mesma formulação é válida para a matriz inversa das capacitâncias:

Matrix inversa das capacitâncias dos condutores fase com a influência dos condutores guarda

$$\mathbf{V}_{abc} = \tilde{\mathbf{P}}_{abc-abc} \mathbf{Q}_{abc}$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_{abc-abc} = \mathbf{P}_{abc-abc} - \mathbf{P}_{abc-0} \mathbf{P}_0^{-1} \mathbf{P}_{0-abc}$$

120

Influência de Cabos Guarda

- Para a matriz das resistências tem-se que:

$$\mathbf{V}_{abc} = \mathbf{R}_{abc-abc} \mathbf{I}_{abc}$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{abc-abc} = \mathbf{R}_{abc-abc} - \mathbf{R}_{abc-0} \mathbf{R}_0^{-1} \mathbf{R}_{0-abc}$$

- Contudo:

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{R}_{abc-0} = \mathbf{0} \\ \mathbf{R}_{0-abc} = \mathbf{0} \end{array} \right\} \Rightarrow \tilde{\mathbf{R}}_{abc} = \mathbf{R}_{abc}$$

121

Influência de Múltiplos Cabos

- Em linhas de transmissão é frequente o emprego de múltiplos condutores por fase.
- Dessa forma, tem-se a adequação das perdas por efeito corona a níveis aceitáveis.
- Novamente vamos considerar a matriz de indutâncias (mas o desenvolvimento é o mesmo para as resistências e o inverso das capacitâncias)

122

Influência de Múltiplos Cabos

- Os parâmetros de indutância, por exemplo, podem ser apresentados da seguinte forma:

Vetor das tensões nos condutores "1"

Vetor de di/dt nos condutores "1"

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_{abc-1} \\ \mathbf{V}_{abc-2} \end{pmatrix} = j\omega \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{12} \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{abc-1} \\ \mathbf{I}_{abc-2} \end{pmatrix}$$

Vetor das tensões nos condutores "2"

Vetor de di/dt nos condutores "2"

123

Influência de Múltiplos Cabos

- Os parâmetros de indutância, por exemplo, podem ser apresentados da seguinte forma:

Matrix de indutâncias dos condutores "1"

Matrix de indutâncias mútuas entre os condutores "1" e "2"

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_{abc-1} \\ \mathbf{V}_{abc-2} \end{pmatrix} = j\omega \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{12} \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{abc-1} \\ \mathbf{I}_{abc-2} \end{pmatrix}$$

Matrix de indutâncias mútuas entre os condutores "1" e "2"

Matrix de indutâncias dos condutores "2"

124

Influência de Múltiplos Cabos

- Em função da simetria da matriz de parâmetros tem-se:

$$\mathbf{L}_{12} = \mathbf{L}_{21}^T$$

- Além disso, é necessário impor que as tensões em condutores de mesmas fase são iguais:

$$\mathbf{V}_{abc-1} = \mathbf{V}_{abc-2}$$

- Ou ainda:

$$\mathbf{V}_{abc-1} - \mathbf{V}_{abc-2} = \mathbf{0}$$

125

Influência de Múltiplos Cabos

- O primeiro passo para incorporar o efeito de múltiplos cabos é impor a igualdade das tensões:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_{abc-1} \\ \mathbf{V}_{abc-2} - \mathbf{V}_{abc-1} \end{pmatrix} = j\omega \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{12} \\ \mathbf{L}_{21} - \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{22} - \mathbf{L}_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{abc-1} \\ \mathbf{I}_{abc-2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_{abc-1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{12} \\ \mathbf{L}_{21} - \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{22} - \mathbf{L}_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{abc-1} \\ \mathbf{I}_{abc-2} \end{pmatrix}$$

126

Influência de Múltiplos Cabos

- A matriz resultante deve ter a sua simetria recuperada.
- Para tanto, basta realizar a mesma operação feitas entre as linhas com as colunas.
- Nesse caso, subtraímos da segunda coluna a primeira coluna.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_{abc-1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = j\omega \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{12} - \mathbf{L}_{11} \\ \mathbf{L}_{21} - \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{22} - \mathbf{L}_{12} - \mathbf{L}_{21} + \mathbf{L}_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{abc-1} \\ \mathbf{I}_{abc-2} - \mathbf{I}_{abc-1} \end{pmatrix}$$

127

Influência de Múltiplos Cabos

- O terceiro passo é a redução de Kron.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_{abc-1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = j\omega \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{12} - \mathbf{L}_{11} \\ \mathbf{L}_{21} - \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{22} - \mathbf{L}_{12} - \mathbf{L}_{21} + \mathbf{L}_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{abc-1} \\ \mathbf{I}_{abc-2} - \mathbf{I}_{abc-1} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{L}} = \left(\mathbf{L}_{11} - (\mathbf{L}_{21} - \mathbf{L}_{11})(\mathbf{L}_{22} - \mathbf{L}_{12} - \mathbf{L}_{21} + \mathbf{L}_{11})^{-1}(\mathbf{L}_{21} - \mathbf{L}_{11}) \right)$$

128

Influência de Múltiplos Cabos

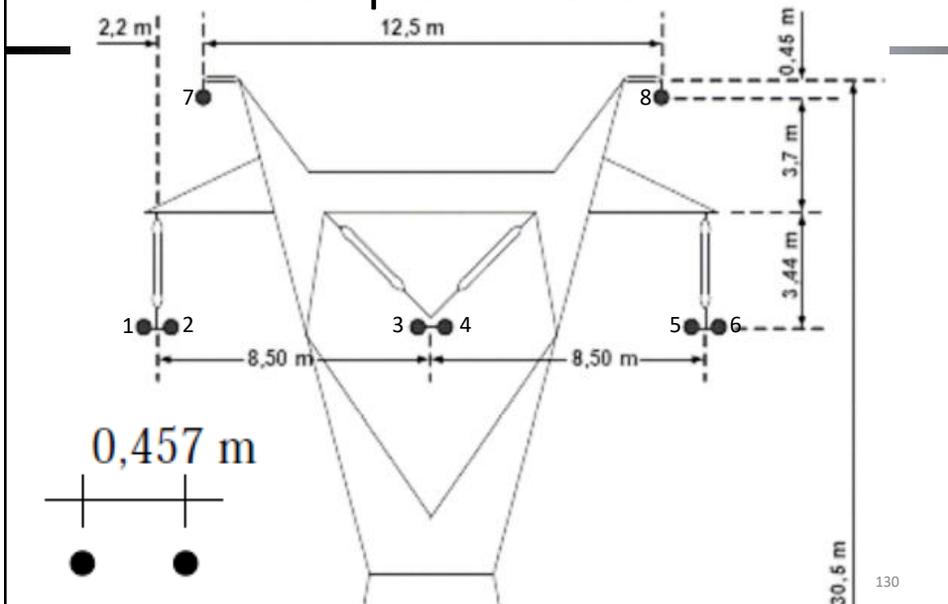
- O mesmo se tem para os demais parâmetros.

$$\tilde{\mathbf{P}} = \left(\mathbf{P}_{11} - (\mathbf{P}_{21} - \mathbf{P}_{11})(\mathbf{P}_{22} - \mathbf{P}_{12} - \mathbf{P}_{21} + \mathbf{P}_{11})^{-1}(\mathbf{P}_{21} - \mathbf{P}_{11}) \right)$$

$$\tilde{\mathbf{R}} = \left(\mathbf{R}_{11} - (\mathbf{R}_{21} - \mathbf{R}_{11})(\mathbf{R}_{22} - \mathbf{R}_{12} - \mathbf{R}_{21} + \mathbf{R}_{11})^{-1}(\mathbf{R}_{21} - \mathbf{R}_{11}) \right)$$

129

Exemplo – LT 345 kV



130

Exemplo – LT 345 kV

Matriz das indutâncias por condutor

1	1.65E-06	9.22E-07	3.40E-07	3.30E-07	2.11E-07	2.07E-07	3.90E-07	2.40E-07
3	9.22E-07	1.65E-06	3.51E-07	3.40E-07	2.16E-07	2.11E-07	3.94E-07	2.45E-07
5	3.40E-07	3.51E-07	1.65E-06	9.22E-07	3.40E-07	3.30E-07	3.48E-07	3.43E-07
2	3.30E-07	3.40E-07	9.22E-07	1.65E-06	3.51E-07	3.40E-07	3.42E-07	3.49E-07
4	2.11E-07	2.16E-07	3.40E-07	3.51E-07	1.65E-06	9.22E-07	2.44E-07	3.93E-07
6	2.07E-07	2.11E-07	3.30E-07	3.40E-07	9.22E-07	1.65E-06	2.39E-07	3.89E-07
7	3.90E-07	3.94E-07	3.48E-07	3.42E-07	2.44E-07	2.39E-07	1.71E-06	3.18E-07
8	2.40E-07	2.45E-07	3.43E-07	3.49E-07	3.93E-07	3.89E-07	3.18E-07	1.71E-06

131

Exemplo – LT 345 kV

Matriz das indutâncias com influência dos cabos guarda

1	1.55E-06	2.33E-07	1.20E-07	8.14E-07	2.23E-07	1.17E-07
3	2.33E-07	1.54E-06	2.32E-07	2.42E-07	8.04E-07	2.23E-07
5	1.20E-07	2.32E-07	1.55E-06	1.24E-07	2.42E-07	8.15E-07
2	8.14E-07	2.42E-07	1.24E-07	1.55E-06	2.32E-07	1.20E-07
4	2.23E-07	8.04E-07	2.42E-07	2.32E-07	1.54E-06	2.33E-07
6	1.17E-07	2.23E-07	8.15E-07	1.20E-07	2.33E-07	1.55E-06

132

Exemplo – LT 345 kV

Matriz das indutâncias com influência da multiplicidade de cabos

A	1.18E-06	2.32E-07	1.20E-07
B	2.32E-07	1.17E-06	2.33E-07
C	1.20E-07	2.33E-07	1.18E-06

Matriz das indutâncias considerando a linha transposta

A	1.18E-06	1.95E-07	1.95E-07
B	1.95E-07	1.18E-06	1.95E-07
C	1.95E-07	1.95E-07	1.18E-06

133

Influência de Múltiplos Cabos

- O desenvolvimento anterior é pertinente quanto se tem multiplicidade 2 por fase.
- Para mais de dois cabos por fase é conveniente o uso da seguinte matriz de transformação:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & -\mathbf{1} & \dots & -\mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

134

Influência de Múltiplos Cabos

- A matriz **T** é uma matriz de matrizes.
- Será composta por $n \times n$ matrizes onde n é o número de condutores por fase.
- As matrizes **1** e **-1** são matrizes identidades 3×3 (sistema trifásico)
- As matrizes **0** são matrizes nulas 3×3 .

135

Influência de Múltiplos Cabos

- Dessa forma, os passos “1” e “2”, restrição de igualdade das tensões entre os condutores de mesma fase e simetria da matriz de parâmetros, podem ser realizados da seguinte maneira:

$$\mathbf{L}_{\text{passo 1 e 2}} = \mathbf{T}^T \mathbf{L} \mathbf{T}$$

- Posteriormente faz-se a redução de Kron na matriz $\mathbf{L}_{\text{passo 1 e 2}}$.

136